

2015 年度

博士学位申請論文

(要約)

指導教員 福井 義高 教授

論文題目

効用関数を用いた確定給付型年金資産運用の
新しい運用フレームワークのモデル化

Kinked Utility-Based Model for New Investment
Framework of Defined Benefit Pension

青山学院大学大学院

国際マネジメント研究科

国際マネジメントサイエンス専攻

氏 名 山下 実若

要約目次

第Ⅰ章 研究の主題	3
第Ⅱ章 期待効用最大化の動的資産配分問題の数学的扱い	4
第Ⅲ章 効用関数を利用した新しい運用フレームワークのモデル化の考察.....	5
第Ⅳ章 折れ曲がりのある効用関数による動的資産配分問題の最適解.....	6
第Ⅴ章 まとめと今後の課題.....	6
補章.....	6
参考文献	7

要約

第 I 章 研究の主題

本論文の内容を一言で表現すれば、確定給付型年金(DB)の資産運用において採用されつつある新しい運用フレームワークの期待効用最大化の観点に基づくモデル化である。

従来、DB の資産運用においては、株式や債券等の資産リターンは中長期でみると比較的安定しているという前提の下、5年程度の中長期をベンチマーク期間とみて、株式や債券等、複数の資産カテゴリー分類に基づく政策アセットミックスとよばれる「静的」資産配分を維持する資産運用手法が基本となっていた。

しかしながら、近年、会計基準の変更により以前に比較して、DB の運用結果が日本の上場企業の公表する財務諸表に大きな直接的影響を与えるようになった。そのため、DB の資産運用に関して、これまでよりも短い一会計年度での安定性を備え、かつ損失を積み上げない運用手法が求められつつある。さらに、リーマンショック等の金融市場の混乱で、DB の資産価値が大きく減少し、年金債務額が資産額を上回る、いわゆる積立不足の状況が多発した。こうした DB においては、積立不足解消が最重要課題となっているなかで、資産運用の抜本的改革が検討され、一部実施されている。

具体的に Yamashita (2011)では、企業会計基準における国際会計基準(IFRS)コンバージェンス/日本基準改定をきっかけに、退職給付会計の諸情報が上場株式の株価形成等に、より大きな影響を及ぼし始めると考え、退職給付債務に係る会計情報を説明変数とし、時価総額を被説明変数とする回帰分析により、退職給付債務情報のうち未認識退職給付債務額などが時価総額に一定程度のマイナスの影響を与えている可能性が明らかにされている。

また、山下(2011)では、このような状況下、これまでのいわゆる「静的」資産運用ではなく、複数の資産カテゴリーへの配分を常時見直す「動的」資産運用が注目されることとなり、実際に取り入れられ始

めたことが論じられている。ここで想定されている動的資産運用とは、具体的には無リスク資産とリスク資産に大別される運用資産への配分を動的に変更し、事前に設定された目標を達成するという、ダイナミックプログラミングの問題と捉えることができる。

その価値が確率過程に従って変動する資産への動的資産配分を考える場合、最適な動的資産配分を行った場合の最終期末資産額を求めつつ、その過程の動的資産配分を見出すこととなるが、最終期末資産額を求めるには、リスク中立測度による方法、ヘッジ戦略を規定する方法及び投資家の効用関数を明示的に導入する方法が考えられる。ここではDBを投資主体とみなして効用関数を導入し、その資産額に対応して決まる期待効用を最終期末に最大化することを目的とした問題を検討する。

本論文の研究・クエスチョンは、DBの資産運用の新しい運用フレームワークの具体例である資産価値変動の下値リスクを抑える運用と、一定以上の大きさの収益機会を犠牲にしたうえでリスク資産に投資することで積立不足解消を目指す運用という、近年新しく取り入れられた二つの手法が期待効用最大化の観点から正当化できるか否かである。本論文の新規性は、昨今のDBをとりまく状況を念頭に、折れ曲がった(Kinked)効用関数を仮定してDBの動的資産配分を定式化したうえで厳密解を導出し、新しい運用フレームワークを期待効用最大化に基づいてモデル化することにある。具体的な効用関数の形状としては、「通常」時はCRRA型(相対リスク回避度一定)であるものの、一定の資産価値を下回ると垂直に折れ曲がり、効用がマイナス無限大になるもの及び一定の資産価値を超えると、効用がそれ以上増えず折れ曲がって水平な直線となるものを検討する。前者はどうしても最低限の資産価値を守りたい状況、後者は積立不足解消となる資産価値があれば満足し、それ以上の資産価値を望まない状況に対応する。いずれも、実際の運用実態を反映した想定である。

第Ⅱ章 期待効用最大化の動的資産配分問題の数学的扱い

数理モデルに基づく動的資産配分問題研究のサーベイを行う。この分野でのパイオニアといえるMerton(1971)他で示されたMertonモデルと、Hamilton Jacobi Bellman (HJB)方程式や Backward Stochastic Differential Equation の利用とその拡張、Malliavin 解析の利用などに言及する。

第Ⅲ章 効用関数を利用した新しい運用フレームワークのモデル化の考察

動的資産配分が、DB の資産運用の現場でなぜ注目されているかを述べる。IFRS を睨んだ日本の企業会計基準の変更の動き等が進むなかで、DB の資産運用が芳しくなくて資産価値が大きく減少することは、年金資産額が債務額を下回るという、いわゆる積立不足の状態となる最も大きな要因であり、それが DB を運営している企業自体の財務諸表に大きな直接的影響を与えるようになってきた。

こうした状況下、DB の資産運用において、動的資産配分の考え方に基づいた戦略の一つである、資産価値が減少すると高いリターンを狙わずリスクの低い運用を行うという下値リスク管理を実施する運用手法が注目され、実際に採用する DB も出現した。加えて、金融危機以降、深刻な積立不足に陥った DB においては、積立不足にあっては高いリターンを狙う必要があるものの、積立不足が解消されれば高いリターンは不要という考えの下での運用手法が注目され、取り入れる DB も出始めた。こうした資産運用手法は、DB の新しい運用フレームワークとなりつつある。

動的資産配分のモデル化や最適性の議論を追うと、Merton モデルが様々に発展させられ、最近では Hojgaard and Vigna (2007) のように最終期末の資産額に対する効用を額そのものだけではなくその期待値のぶれを考慮した Risk Sensitive なものに代える試みなどが登場し、多様化してきているが、さきほどの DB の新しい運用フレームワークが最適か否かという問題は未解決である。

本論文では、最適解としてそれらの運用手法を導出するモデルを作成すべく、具体的に運用手法の背景に鑑みて、①「通常」時は CRRA 型であるものの、資産価値が一定額を下回ると効用関数が垂直に折れ曲がりマイナス無限大になる効用関数と、②積立不足解消を最重要目標とし、積立不足解消となる資産額に到達すれば、効用がそれ以上増えない、すなわちその資産価値を越えると折れ曲がり水平に直線となる効用関数を設定して、動的資産配分問題を検討することとした。ただし、これらの折れ曲がった効用関数は微分不連続のため、通常の HJB 方程式を利用した方法ではこれらの動的資産配分問題の最適解を解くことは困難である。そこで第Ⅳ章で別の視点で解析解を求める。

第Ⅳ章 折れ曲がりのある効用関数による動的資産配分問題の最適解

折れ曲がりのある効用関数を使用した場合の最終期末の期待効用を最大化するような動的資産配分問題の最適解が、Legendre-Fenchel 変換を利用し、Dual 効用関数による定式化で折れ曲がりを明確に捉えて解けることを示す。具体的には、上記①及び②のそれぞれに対し、プット・オプションの買いをリバランスしていく運用手法及びコール・オプションの売りをリバランスしていく運用手法という動的資産配分戦略が解となることを示す(Yamashita, 2014)。加えて、②のケースを数値シミュレーションで確認する。

第Ⅴ章 まとめと今後の課題

折れ曲がりのある効用関数は、現在の日本の DB が置かれた状況を表すためのモデル化の一例であり、その期待効用最大化の動的資産配分問題の最適解が、DB の新しい運用フレームワークと定性的に一致することを示した。今後の課題は、モデルをより実態に近づけることである。

補章

DB の新しい運用フレームワーク出現を後押ししたのが、退職給付会計情報の開示強化が株価や株式リターンに大きな影響を及ぼし得るという認識の広がりであると考えられ、この点を検証する実証分析を、Yamashita(2011)を発展させて補章として最後に付け加えた。

時価総額を被説明変数とする構造モデル(線形回帰式)の説明変数の一つとして、退職給付債務情報を使用し、その感応度や有意性、その情報の影響の大きさをみるためのクロスセクション分析を実施し、また、DB から、DC といわれる確定拠出型の年金制度へ移行するアナウンスの株価への影響についてインパクト分析を行った。2005 年度のデータによる分析では未認識退職給付債務等が時価総額に大きなマイナスの影響を与えていたものの、それ以降の年度のデータでは、影響は総じて弱かった。ただし、赤字を含む PER 低位企業の株価には、最近でもマイナスの比較的大きな影響が見られた。一方、インパクト分析では目立った影響はみられなかった。

また、退職給付債務情報を使った(リスク)ファクターを組成し、株式リターンや日本株式アクティブ運用戦略リターンに対する説明力を検証するため、時系列回帰分析を実施した。ファクターとして、未認識退職給付債務の小さいグループと、大きいグループとのリターンの差との定義を採用したが、未認識退職給付債務の小さいグループの株式リターンが、大きいグループの株式リターンよりも高いわけではないことが明らかとなった。また、当該ファクターによる個別株式リターンや日本株式アクティブ運用戦略のリターンの説明力を検証したが、個別株式リターンよりも日本株式アクティブ運用戦略のリターンに対して相対的に大きな説明力を有した。

参考文献

- Hojgaard, B. and E. Vigna (2007) “Mean variance portfolio selection and efficient frontier for defined contribution pension schemes,” Working Paper, Aalborg University.
- Merton, Robert C. (1971) “Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model,” *Journal of Economic Theory*, 3(4), pp.373-413.
- Yamashita, Miwaka (2011) “IFRS convergence in Japan: Impact for Stock Market So far and From now on,” International Actuaries Association AFIR 2011 Colloquia, June, 2011, Madrid, Spain.
- Yamashita, Miwaka (2014) “Optimal Investment Strategy for Kinked Utility Maximization: Covered Call Option Strategy,” *Journal of Mathematical Finance*, 4(2), 2014, pp.55-74.
- 山下実若 (2011) 「年金運用の新しいフレームワークー確率制御・多期間モデルで考えるー」, 『アクチュアリー会会報』第 64 号, pp.121-153.