

『魔法の旗についてのクイズ』の作成

A Short Report of Making Quizzes about Magic Flags

しょう だ りょう
正 田 良

1. はじめに

関数の初歩の導入に、教具「ブラック・ボックス」が用いられるなど、さまざまな工夫が試みられてきている。このような活動が四則演算の学習と並行して行われて関数概念が把握されれば、現実世界の事象を数理的に子どもが探究する手段を豊富にすると期待される。そこで、小学校3年から中学校3年を対象として関数の初歩の導入を個別学習によって図る冊子「魔法の旗についてのクイズ」を作成した。小学校高学年並びに中学生を被験者とする試行計画の途中であるが、中間的な集計を行い、この冊子の特徴を分析する。

2. 「関数の初歩」という概念

2.1 歴史的概観

「関数の考え」もしくは、これと類似な表現は、数学教育史上にさまざまに使われている。当然そのそれぞれの意味するところは異なる。そこで、この冊子が目標とするところの「関数の初歩の導入を図る」という言葉があいまいとなる危険がある。これまでの様子を概観することによって、冊子の目標を明らかにしたい。

小倉金之助 (1925) は、「函数観念を養成するには、… (中略) …個々の事柄から、一般法則に達するように努めねばなりません。… (中略) …生徒が将来社会に立ってから、直接数学上または科学上の仕事をなすと否とに関わらず、実生活上の諸問題を、最もよく処理するものであるからです」と抽象的な存在である函数観念は、多くの事柄を処理し得て応用可能性が高いことを指摘している。小倉 (1953) は、次のようにイギリスの数学教育者ジョン・ペリーの仕事を紹介している。ペリーは『実用数学』の中で方眼紙の使用法を説明し、「代数や三角法を充分学んだあとでなければ、これを理解することができないというであろう。けれども私は読み書きのできない人でも、巧みに方眼紙を使用して、よくその理由を理解するであろうと信ずる。」と、さらに小倉 (1957) では、ペリーの述懐として「私は工学の理論を知りたいと思ったが、… (中略) …知らない数学記号が書かれていた。私はアカデミックでない、すべての問題に微積分の考えを、私の心の道具の一つとして、実際に応用していたのであった。」とグラフが現実世界と数学を結び付ける道具として有効であるとの主張を紹介した。

ペリーらの数学教育改造運動は、黒表紙の第二次修正 (1918~1924) に次の影響を与えた (小倉

金之助・黒田孝郎、1978、p.55)。

- ・低学年にも応用問題を取り入れ、実際に即するものを加えた。
- ・実験実測の教材を低学年から採用した。
- ・グラフ教材を低学年から採用した。

緑表紙の監修者である塩野直道は、これを踏襲し、「新に入った問題では、目測・実測…(中略) …ダイアグラム・作問・立式・関数の考え・縮図・天文及び力学の初歩等がある」(小倉金之助・黒田孝郎、1978、pp.64-65)としている。ここでの「関数の考え」は、グラフの利用によって現実世界の問題と微積分とをつなげるものとしてとらえられている。そのため関数とは連続量を表す実数から同じく連続量への対応を特に意味していると言える。塩野はのちの『数学教育論』でこの際の内容選択の基準として「一 生活上の必要。一 数理思想の発展に役立つもの。一 児童の心理技能に適應するもの」を挙げた。この「数理思想」という言葉は、戦後、中島健三が「数学的な考え方」という言葉によって「精神的態度」としてとらえ直している。

いわゆる数理愛好の精神的態度としてとらえようとしていたことは周知のとおりである。／「数学的な考え方」という表現は、昭和33年の「学習指導要領」改訂の際以来、この後者(「数理思想」：正田注)の観点に立った算数科の重要目標を表す言葉として用いてきている。(中島健三、1985、pp.3-4)

ここに、「関数の考え」と「精神的態度」との融合がみられる。さらに文部省(1973、p.6)には、次のように記されている。「次の二つの観点は、関数の考えを指導するねらいとして重要なことである。ア 関数の考えの指導は、事象を科学的に考察し処理する能力や態度の育成をねらっていること。」イについては省略するが、「態度の育成」が関数の考えの指導によって目されていることがわかる。

一方、小倉金之助(1937)において既に紹介されているように、「しからは数学教育をいかに統一するべきかと問いますと、彼ら(アメリカの人々：正田注)は、…(中略)…函数観念である。変数の間に互いに関係し合うという概念は、どんな人間にとっても、基本的に必要なものである」と、現代数学の対象としての関数の萌芽も意識されている。

1968(昭和43)年告示の学習指導要領は「現代化」として性格付けられるが、文部省(1969a)は、その基礎となった教育課程審議会答申の2つの柱を紹介している。第1は、基本的な内容に精選、第2は「数学教育の進歩に応じ、集合、関数、確率などの小学校としては新しい概念を導入し、算数教育の現代化にふさわしい改善を行う」(p.2)として、関数が「現代化」のキーワードとして意識され、「対応のしかたを明らかにする。それには、一方の集合の要素をきめれば、それに対応する他方の集合がどのようにきめられるか」(p.34)と、集合の要素からの対応として、関数の現代数学的なとらえ方が示されている。また中学校1年の用語として、「関数」(文部省、1969b)が示されている。しかし、その後1977年告示のものでは、「集合と関数」が中3となり、指導要領上の記述としては2次関数と関連して変域などの用語が現れるのみとなっている。

以上にみたような、グラフをかくことや科学的態度の育成、もしくは、現代数学での集合の要素の対応という観点を除いたとしても、「関数の概念」を考えることができる。それは英語の function という言葉にあるような「機能」、もしくは行為者の視点に立つての「操作」と言い換えることができる概念である。平林一栄（1980）は次のように述べている。

あるお金で同じ単価の鉛筆が何本買えるかというような計算を何回くり返していても「関数」の概念は生まれてこないであろう。…（中略）…鉛筆の数が決まるということは、この計算を支えている根本原理ではあるが、それは意識の背後にかくれてしまっている。それを積極的にとり出して意識させるには、…（中略）…ブラック・ボックスあるいは自動販売機の模型が適切であろう。

と、制御工学で用いられる概念「ブラック・ボックス」と関連づけられた教具の有効性を指摘している。また、磯田正美（1987）は、ファン・ヒーレの思考水準を参考に生徒の関数の学習における思考水準の仮説を設定した。

第0水準：事象（対象）を、2つの数量間の関係、事象間の依存関係で考察できる。

第1水準：数量間の関係（対象）を、変化や対応の性質で考察できる。

第2水準：変化や対応の性質（対象）を、関数の式やグラフで考察できる。

第3水準：関数の式やグラフの性質を（対象）を、関数（導関数・原始関数）で考察できる。

第4水準：汎関数（対象）を用いて関数空間で考察できる。

対象を表す記号に着目すれば、次のような言い換えができるだろう。第1水準では対応表などによって2量の関係を記述考察すること、すなわち変量 x , y が考察の対象となるが、第2水準ではその関数を式で表したりグラフで表したりすること、さらに関数関係自体 f を対象として、関数 f から関数 f' への写像が考察されるのは第3水準である。

2つの変量 x , y だけではなく、それらの対応関係 f 自体を考察の対象とすることがここで考察したい「関数の考え」である。それは次節でより詳しく述べるように、考察する対応関係に f などと名前を付け、数学的な処理がしやすいような記号化によって「関数の概念」は実体化する。

2.2 教具論

文部科学省（2008）は表現について、「児童が具体物を用いたり、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いたり…考えたことを表現したり、友達に説明したりする」（p.21）と記している。なお、「第1学年では…絵や図などを用いた表現」（p.49）とあってこれに「絵」が加わっている。一般に数学を利用することは、現実世界で行うとコストが掛かる実際の操作を、具体物と同型で操作が簡易な記号を用いて代替することである。しかし、その記号と現実世界での具体物との対応が子どもにとって必ずしもスムーズに行われるとは限らない。そこで絵や図などの仲介物が有用となる。

児童が自発的に描く図には、教科書などで指導されている図のタイプとは異なるものが多い（坂本美紀、1999）。しかし、松下佳代は「教師の伝達と、子どもによる考え方の対立」という図式は、

単純化のしすぎと指摘している（佐伯胖、1999）。

Bruner（1966）は、発達段階が上がるにつれて人は、① Enactive、② Iconic、③ Symbol と図の様々な略し方に対応して使うことができると指摘した。また、佐伯胖（1986）は、実物に近い絵に変えて略画的な図で済ますことができるようになる契機を、次第に慣れて精密に描くことが面倒に思えるようになるといった絵や図の利用者の状態を記述している。さらに、松下佳代（1985）は、現実世界の事物と、数学世界の記号とを結び付ける教具の機能に着目し、事物と数学記号の間の仲介物「半具体物」として教具をとらえた。そして、教具は内容的な側面と統辞体系とを表しうることを指摘した。

仲介物としては、次のような系列を考えることができる。

[現実世界の具体物] - [準具体物] - [半具体物] - [数学の対象である記号]

ここでの準具体物としては、具体物との形態的類似性を持つものとして、半具体物としては、記号との統辞体系の共通性が求められる。このようにみると「教具」とは教授・学習過程で用いられる具体物で作成された模型にとどまらず、絵や図など仲介物一般を想定するべきと言える。

2.3 DIME プロジェクトでの仲介物

ブラック・ボックスなどの仲介物が、「関数の初歩の導入」を円滑にするありさまを概観してきた。ここではDIMEプロジェクト（Giles、1979）の“Operations 1 : Flags”に注目する。DIMEの関数の初歩の導入に対応する授業書には、2つの流れが見られる。関数の場合、現実世界の事象を関数関係としてとらえる過程と、そうしてとらえた関係を数学での記号で表す過程との両方に困難があるが、そのそれぞれに対応している。特に後者に注目する。

この授業書では、仲介物として図1に示すような「旗の図」が用意されている。入力の数値例は、

表1 : Operations 1 : Flags の構成

頁	表題（翻訳）
1	Flags and Number Mappings（数の対応と旗の図）
2	Double Flags（二重に並んだ旗 — 合成関数の導入）
3	Three Number Machines（3台の計算機 — 3つの関数の合成）
4	Puzzle Page（旗の図に関するクイズ — 旗を並べる順）
5	Going Backwards（後戻り — 逆関数の導入）
6	Machines in reverse（機械の逆操作 — 旗の裏側）
7	Inverse operations（操作と逆操作の関係）
8	Two-stage Operations（2段階の対応 — その逆操作）
9	Understanding inverses（逆操作を理解する — 卑近な一例）
10	Celsius and Fahrenheit（温度計の摂氏と華氏 — 対応の応用例として）

5, 2, 4のように大きさの順でも等間隔でもなく記されている。入力と出力との対応を示す線は互いに平行な矢線であって、どのような機能の結果であるかを示すのは単に添えられた旗に記される $[\times 3]$, $[-2]$ などの記号によるのみとなっている。なお、入力、出力ともに0以上の整数に限っていることは、ペリーや小倉などのグラフでの連続量の重視とは異なる特徴である。表1に頁構成を示したが、旗の図という iconic な図によって、関数の「文法」である「逆」と「合成」とが扱われていることが読み取ることができる。

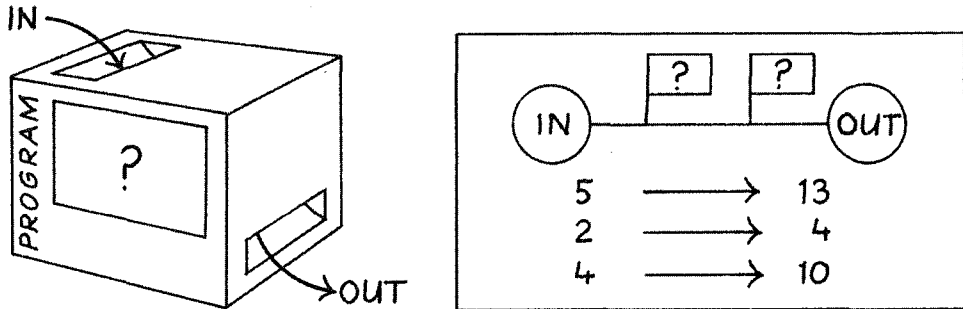


図1：DIME プロジェクトでの旗の図の使用例

例えば小林俊道（1996）などに見られるように、数学教育協議会での実践では、箱の内部で入力として入れたカードを裏返して出力として出す機構を持つ箱の実物を提示する。DIME は個別学習可能な小冊子（booklet）の形をとっているため、関数を表す箱は、絵に描かれたものしかない。しかし、旗の図などの仲介物系列がきめ細かく配慮されている（正田、1989）。

なお、量的な関係によって入力からどのような過程によって出力が得られるか明らかにする「ホワイト・ボックス」的なアプローチではなく、この冊子は、入力と出力の関係から内部が隠れて見えない「ブラック・ボックス」の内容を推測するものである。この意味で、安野光雅（1982）の『ふしぎな機械』などと同様に、理由が不明な現象、あるいは「魔法」として描かれる。

2.4 調査問題に求められるもの

冊子「魔法の旗についてのクイズ」は、DIME 授業書を参考に関数の初歩の導入を試みたものである。以上に見てきたことから、次のような機能を持つことが予想される。

- (A) 「旗の図」という具体物と記号との仲介物を用いているので、関数の初歩の導入が比較的容易に行える。
- (B) しかし、ブラック・ボックスの実物を用いているものではないので、子どもの問題状況の読み取りにやや困難がある。
- (C) ここで「関数」として扱うものは、その作用が四則演算によるものであるため、特に乗法の理解の成否や、倍操作の理解の成否などが、この冊子の理解や評価に影響を及ぼす。

(D) 乗法の理解に関しては、量的な関係と、数の対応としての倍操作とに分けて考えることができる。この冊子は後者に大きな関わりを持つ。

(E) 現在教科書で扱われている算数・数学の典型的な内容とあまり関連があるようには思えないため、算数・数学への得意不得意には、関わりなく扱える。

これらは飽くまで予想であるので、それを調べる設問を、「魔法の旗についてのクイズ」（以下、「本編」と記す）の前後に配置した。

表2に、被験者の特徴を調べるための設問の一覧、表3に、被験者の本編に対する感想を聞く設問の一覧、表4に本編の設問の性格付けを示した。また、冊子の内容を被験者への趣旨の説明、協力への謝辞、さらに振り仮名などを省いて資料として収めた。

なお、ここで「関数」として扱うものは、その作用が四則演算によるものであるため、小学校3年以降を対象とする必要がある。一方、1次関数が中学校2年生に配当されていることから、中3には復習としての意義しか持たなくなる。そのため、利用者としては、小学校3年生から、中学生程度までを想定し、45分程度を実施時間とした。

表2：各小問の特徴（被験者の特徴を調べる）

通番	小問名	内容	正答
01		被験者の学年（中学生は、中1：7、中2：8とする）	
02～05		回答用紙の識別番号	
06	【1】①	求差の問題。藤村宣之（1995）による	鳥が4つ多い
07	②	濃さの問題。分量の差にとられてしまって、割合に注目しにくいと、前掲の藤村にある。	はなこさんのジュースが濃い
08	③	「時速30km」についての把握。	「遅めのバス」など
09	④	倍に関する問題（婦一算）	2倍。（ $8 \div 4$ ）
10	⑤	乗法の作問（ 6×3 ）	
35	【10】⑤	算数・数学の得意不得意。	

表3：各小問の特徴（被験者の感想）

通番	小問名と特徴	通番	小問名と特徴
31	【10】① 新奇性	33	【10】③ 算数・数学との関連
32	【10】② 難易度	34	【10】④ 面白味

表4：各小問の特徴（本編）

通番	小問名	内容	正答
11	【2】	旗に表された関数の機能を答える。	2増やす。
12, 13	【3】①②	加法を表す旗で入力から出力を答える。	14, 13。
14	【3】③	加法を表す旗で出力から入力を答える。	5
15, 17	【4】①③	乗法を表す旗で入力から出力を答える。	12, 27。
16	【4】②	乗法を表す旗で出力から入力を答える。	6
18~20	【5】	旗の表示を入出力の組から答える。	+ 6, × 4, - 4
21~23	【6】	2つの旗を合成した1つの旗を答える。	+ 7, × 12, △。
24	【7】	旗を並べかえて所与の機能を持たせる。	+ 1, + 3, × 2あるいは + 3, - 1, × 2
25~27	【8】	逆関数（旗の裏）	+ 3, ÷ 4, △。
28~30	【9】	合成関数の逆関数。	× 2, - 6, - 5あるいは、 - 3, × 2, - 5。

3. 調査の概要

3.1 調査の試行的実施

目下、小学校3年から中学校2年までのデータを戴くスケジュールが進行中である。伝手を頼って試行して戴く学級を得ている事情もあって、必ずしも地域や設置者（国立・公立・私立）などの特性について統制がとれているとは言えない。学級の学年による違いの他に、上述のような違いが誤差要素として入りうることは明らかである。また、小学校教員養成課程の大学生1年生の協力によって、彼らを被験者とすることもできた。表5に2013年10月15日の時点で得られているデータの被験者数を記す。実施日は同年9月以降である。計画のデータ全体についての報告は他日に期すこととし、速報としての集計を試みる。

表5：この中間集計での被験者数

	小学校3年	4年	5年	6年	中学校1年	2年	大学生	合計
人数	0	34	37	26	0	0	25	122

3.2 被験者の正答率から見た各小問の評価

表6に正答率の概要を記す。前項に記したように誤差要素が無視できないので、次の要領で記号による粗い表示とした。

（A：正答率80%以上、B：正答率30%以上80%未満、C：正答率30%未満）

小問35（【10】⑤）は被験者の特徴を表すものであるが、5件法によるものであるため、作表の都合上次項で記述する。また、正答率の欄に記した4文字の左端は小学校4年での率、2番目は5年、

3番目は6年、4番目は大学生での正答率に関する記述である。なお、小問08については、時速30kmのことを「バスの速さ程度」などと言い換えられているかどうかについての率である。

表6：正答率の概要

小問名	【1】①	②	③	④	⑤	【2】	【3】ア	イ	ウ	【4】ア
通番	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
正答率	AAAA	BBBA	BBCB	CBBA	BBBA	BABA	AAAA	AAAA	AAAA	AAAA
小問名	【4】イ	ウ	【5】ア	イ	ウ	【6】①	②	③	【7】	【8】ア
通番	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
正答率	AAAA	AAAA	AAAA	AAAA	AAAA	ABBA	BBBA	ABBA	BBBA	ABBA
小問名	【8】イ	ウ	【9】ア	イ	ウ	【10】	②	③	④	⑤
通番	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
正答率	BBBA	BBBA	CCCB	CCCB	CCCB	5件法による				

小問通番06はAAAAとどの学年でも正答率が高いことを示している。これは被験者の特徴の一面を調べるためのものであるが、易しすぎるので情報量に乏しいと思われる。その点、小問07～10は、大学生の正答率が高いことから妥当性があり、小学生にとって中庸の正答率があるので情報量が期待できる。小問12～20は、ともに「AAAA」となった。旗の図の意味や、機能についてスモールステップの教示が行えることを示唆している。小問11ではやや正答率が低いが、単に「(旗の機能は)数を増やす」のみのものを誤答として扱うなど記述の厳密さを求めた結果である。以降の小問の正答率から見て、実用上問題ないと思われる。

小問21～27では、正答率に変化が生ずる。関数の合成や逆関数に関する問いである。DIME授業書での、関数の「文法」とみなされている「逆」と「合成」とが、単に問題を提示して解かせるだけでは習得しにくく、何らかの思考水準の変容が必要であることを示唆している。さらに、小問28～30では、合成関数の逆について扱った小問であるが、大学生でもB、小学生ではともにCとなっている。ただしCといっても、正答者はどの学級でも皆無ではない。問題解決型授業での自力解決・練りあげで正答者の理解を学級で共有することが、子どもの思考水準によっては無理ではないことを示唆している。

3.3 被験者の感想の概要

表7に5件法である小問31～35の基礎統計量を記す。評価として平均的な「どちらでもない」が3となる5件法の結果である。新奇性があり、面白く、算数・数学との関連があるが、やや難しいという評価が得られている。特に面白さ(小問34)に関しては、天井効果が懸念されるほどであった。概して好評であったと言える。なお、小問35は、被験者の算数・数学に関する得手不得手を聞

くものであった。小学校5年の学級を除いて、ごくわずかに不得手の傾向にあることがわかる。

表7：5件法の回答の基礎統計量

平均 (S. D.)	小問31	小問32	小問33	小問34	小問35
小学校4年	3.91 (1.10)	3.34 (1.05)	4.06 (0.61)	4.19 (0.92)	2.97 (1.10)
小学校5年	3.69 (1.13)	3.36 (0.92)	3.97 (0.76)	4.06 (0.85)	3.22 (0.95)
小学校6年	3.85 (1.06)	3.81 (1.24)	3.81 (1.00)	3.15 (1.38)	2.81 (1.24)
大学生	3.92 (1.06)	2.80 (0.89)	4.44 (0.50)	4.40 (0.75)	2.60 (1.17)
Total	3.83 (1.09)	3.34 (1.08)	4.06 (0.77)	3.97 (1.08)	2.93 (1.13)

3.4 被験者の特徴と本編への感想との関連

表8に被験者の特徴を説明変数として、小問31～小問34のそれぞれを目的変数とする重回帰分析の結果を記す。統計処理には、Stat Partner を用い各種パラメータはそのデフォルトとしている。上限・下限の危険率は5%である。被験者の特徴に関しては、小問35に関しては選択された選択肢をそのスコアとし、小問06～小問10に関しては、「正答」を1、「誤答」を0とするダミー変数を用

表8：「クイズ」への感想を目的変数とする重回帰分析

		小問06	小問07	小問08	小問09	小問10	小問30
小問31	下限	-0.944	-0.393	-0.008	-0.721	-0.479	-0.321
	回帰係数	0.016	0.007	0.404	-0.314	-0.025	-0.146
	上限	0.975	0.406	0.816	0.093	0.430	0.030
	p 値	0.975	0.974	0.055	0.129	0.914	0.103
小問32	下限	-0.724	-0.756	-0.329	-0.987	-0.555	-0.361
	回帰係数	0.156	-0.389	0.049	-0.614	-0.138	-0.200
	上限	1.037	-0.022	0.427	-0.241	0.279	-0.039
	p 値	0.726	0.038	0.797	0.002	0.513	0.015
小問33	下限	-0.515	-0.440	-0.086	-0.324	-0.228	-0.109
	回帰係数	0.120	-0.176	0.186	-0.055	0.073	0.007
	上限	0.754	0.089	0.459	0.214	0.373	0.123
	p 値	0.710	0.191	0.178	0.686	0.633	0.899
小問34	下限	-1.176	-0.272	-0.209	-0.154	-0.416	0.067
	回帰係数	-0.257	0.111	0.185	0.236	0.019	0.236
	上限	0.663	0.494	0.580	0.625	0.455	0.404
	p 値	0.581	0.568	0.354	0.233	0.930	0.006

いた。3.2に記したように小問08に関しては適切な言い換えができていないかどうかで、正誤を区別した。

この重回帰分析の結果から、「魔法の旗についてのクイズ」は、濃度の問題や帰一算などの割合や比に関する問題が得意であるか、もしくは、算数・数学が得意な被験者にとって、易しく感じられる。また、算数・数学が得意な被験者には、面白味が感じられるという傾向を持つことがわかった。

4. 考察と今後の課題

2.4に記した予想に対して、調査によって、次の結果を得た。

- (1) クイズの前半部分の正答率が高いので、「(A) 「旗の図」という具体物と記号との仲介物を用いているので、関数の初歩の導入が比較的容易に行える。」の予想に、肯定的な結果となった。また、「(B) しかし、ブラック・ボックスの実物を用いているものではないので、子どもの問題状況の読み取りが困難。」に関してはそれほどでもないという結果であった。
- (2) 算数・数学との関連があるが、やや難しいという評価を得ている。また、「算数・数学が得意な被験者には、面白味が感じられるという傾向を持つ」ので、「(E) 現在教科書で扱われている算数・数学の典型的な内容とあまり関連があるようには思えないため、算数・数学への得意不得意には、関わりなく扱える。」に関しては、むしろ否定的な結果となった。
- (3) その反面、難易度に関する評価（小問32）においては、速度に関する量感や、乗法の式からの作問とは無関係であり、「(C) 乗法の理解の成否や、倍操作の理解の成否などが、この冊子の理解や評価に影響を及ぼす。」の前半に関しては否定的な結果となったが、後半の倍に関わる帰一法や、比に関わる濃度の問題に関係を持っていることがわかった。また、「(D) 数の対応としての倍操作に大きな関わりを持つ。」に肯定的な結果となった。

調査票回収の途上にあるために、中間報告の形にならざるを得ない。データを増やし年齢層を広げることによって、倍操作を把握する可能性の広がりや、各特徴の相互関係などに関して、より詳細正確な分析を行うこと。また、その結果によって、倍操作に関してより有効な教育課程の提案を行うこととを今後の課題としたい。

付記：

この調査の集計に関して、秋葉真子、二ノ宮夏奈（国士舘大学文学部初等教育専攻学生）の両氏の協力を得た。ここに記して謝意を表したい。また、2.2、2.3は、日本数学教育学会第46回数学教育論文発表会（2013年11月・宇都宮大学）で口頭発表「2数直線図の特徴とその利用」として発表した内容へ大幅に加筆を行ったものである。

文献：

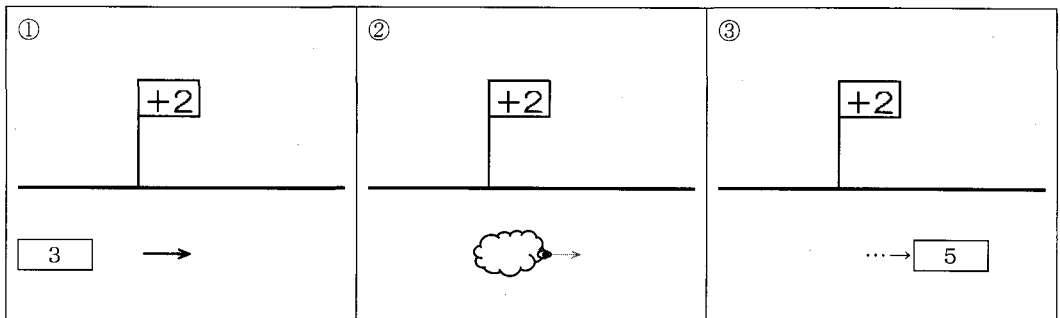
- 安野光雅（1982）『はじめてであうすうがくの絵本2』福音館。
- Bruner, J. S. (1966) *Towards a Theory of Instruction* Cambridge, Mass.: Belkapp Press.
- 藤村宣之（1995）『認知心理学からみた 数の理解』北大路書房、p.137。
- 平林一栄（1980）「数学教育における教具の役割」赤根也（編著）『算数・数学教育の理論と構造』（教育学講座・第11巻）学習研究社。
- Giles, G. (1979) *DIME Pre-Algebra*, Tarquin Books.
- 磯田正美（1987）「関数の思考水準とその指導についての研究」『日本数学教育学会誌』第69巻第3号、pp.2-12。
- 小林俊道（1996）「関数あてゲーム」小沢健一（編）『ゲームであそぼう算数・数学』（数学教育別冊5）国土社。pp.92-102。
- 松下（野中）佳代（1985）、「教具の構成に関する一考察」、『教育方法学研究』第11巻。
- 文部省（1969 a）『小学校指導書 算数編』大阪書籍。
- 文部省（1969 b）『中学校学習指導要領』（第3節 数学 第2 各学年の目標および内容〔第1学年〕B関数）、国立教育政策研究所『学習指導要領データベース』所収。
<http://www.nier.go.jp/guideline/s44j/chap2-3.htm>（2013.9.25採取）。
- 文部省（1973）『関数の考えの指導』東京書籍。
- 文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説 算数編』東洋館出版。
- 中島健三（1985）「数学的な考え方と問題解決の指導」、中島健三（編）『数学的な考え方と問題解決』（第1巻 研究理論編）金子書房。
- 小倉金之助（1925）「数学教育改造の基調」、『小倉金之助著作集4（数学教育の根本問題）』勁草書房。
- 小倉金之助（1937）「現代における数学教育の動向」、『小倉金之助著作集4（数学教育の根本問題）』勁草書房。
- 小倉金之助（1953）「数学教育の根本問題」、『小倉金之助著作集4（数学教育の根本問題）』勁草書房。
- 小倉金之助（1957）「現代数学教育史」、『小倉金之助著作集6（数学教育の歴史）』勁草書房。
- 小倉金之助・黒田孝郎（1978）『日本数学教育史』明治図書。
- 佐伯胖（1986）『コンピュータと教育』岩波新書、p.116。
- 佐伯胖（1999）『マルチメディアと教育—知識と情報、学びと教え』太郎次郎社、p.118。
- 坂本美紀（1999）「小学生における割合文章題の問題表象—子どもたちは問題をどのように図示するか—」、『愛知教育大学実践総合センター紀要』第2号、pp.47-53。
- 正田良（1989）『DIME 授業書による楽しい数学』明治図書。

資料：魔法の旗についてのクイズ (被験者に向けての趣旨の説明や協力へ謝辞などを省いた)

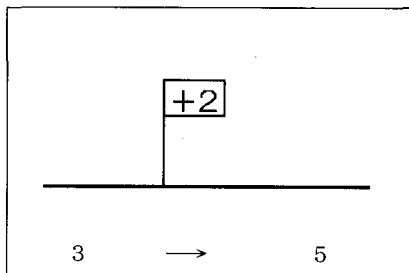
【1】 次の問題①～⑤をといってください。①, ②, ④は, こたえだけでなく, とちゅうの考え方もわかるように, 式や図や説明もかきましょう。

- ① むしが, 4ひきいます。とりが8わいます。どちらが, どれだけおいですか。⁽¹⁾
- ② いちろう君は, ジュースのもと1はいに, みずを3はいいれて, ジュースをつくりました。はなこさんは, ジュースのもと3はいに, みずを7はいいれて, ジュースをつくりました。どちらのジュースが濃いですか。それとも濃さはおなじですか。
- ③ 「時速 30 km」ということばは, ほかの言い方をすると, どういえますか。また, この速さは, どのようなものの速さでしょうか。
- ④ だいすけの父親のなまえは, けんじです。父けんじの歳は, 子どもだいすけの歳の4倍で, だいすけのおじいさん, ともいちの歳は, だいすけの歳の8倍です。おじいさん(ともいち)の歳は, けんじの歳の何倍ですか
- ⑤ 6×3 という式を立ててとくような, 文章の問題をつくって下さい。

【2】 まほうの, 旗があります。 $\boxed{+2}$ とかいてある, 旗の近くを, 左から右に, $\boxed{3}$ と書いたカードを, うごかすと, カードに書かれている数は, $\boxed{5}$ に, かわります。

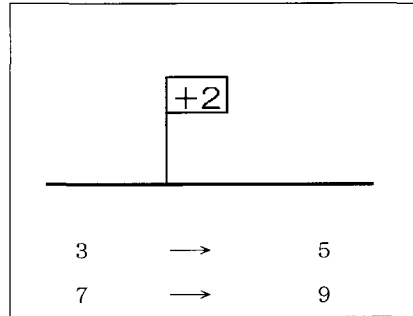


上のような絵をいつもかいていると, 大変なので,



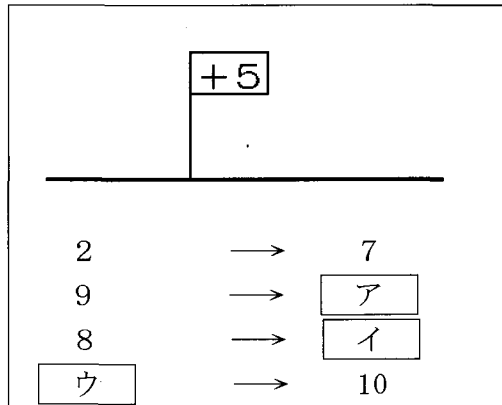
のように、かくことにします。

また、のカードを、同じように、旗の近くで、左から右に動かすと、にカードがかわります。この2つのことを合わせて、

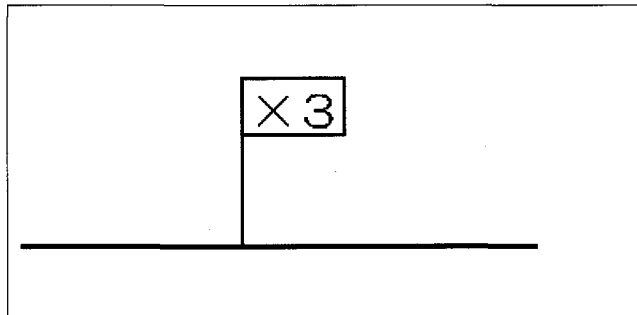


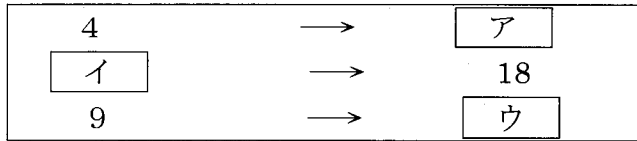
のように、かくことにします。さて、この と書かれた旗の魔法（はたらき）は、なんでしょう。こたえの 紙にかいてください。

【3】 では、こんどの 旗 は、なにかべつのことが、かいてありますね。, , に、あてはまる 数を考えて、こたえの 紙にかいてください。

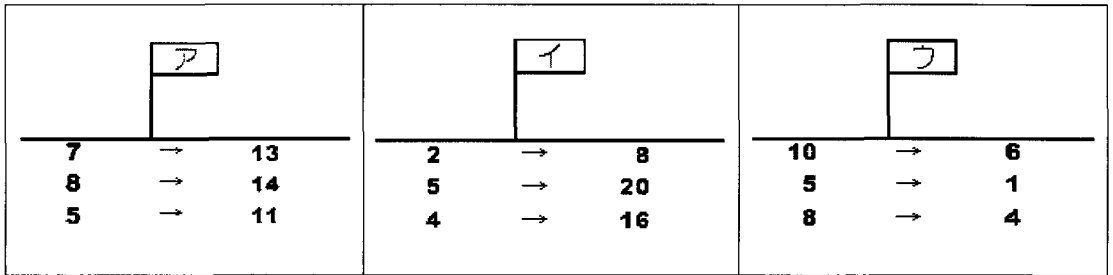


【4】 こんどの、旗 は、旗に何が書いてあるか、よく注意してみてください。これも、ア、イ、ウ にあてはまる 数をかながえて、こたえの 紙にかいてください。



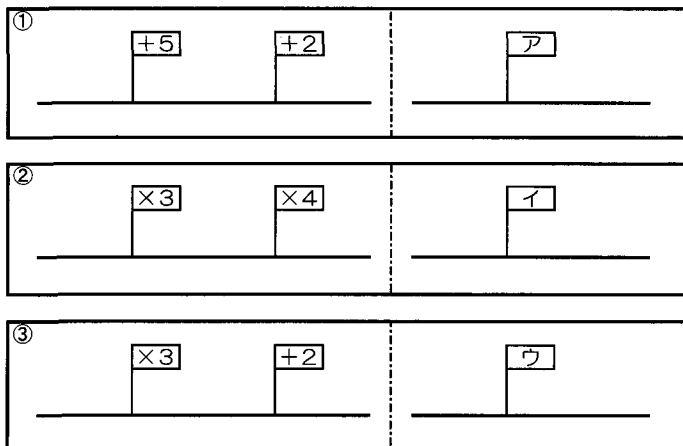
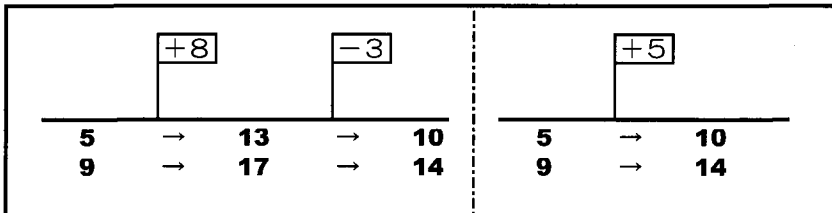


【5】 こんどは、旗に なにかが書いてあるのか のクイズになっています。ア～ウ には なにかが書いてあるでしょう。



【6】 こんどは、旗が 2本たっています。左のはしから、1本ずつ旗の近くをとおって、右のはしに いくと、それぞれの旗のちかくで、カードの数が2回かわります。

この2本の旗をあわせた 働きを、1本の旗に させることができます。たとえば、左の2本の旗の働きは、右の1本の旗の働きと同じですね。



①～③ のそれぞれで、左の2本の働きが、右の1本の働きと同じになるには、ア～ウに、

なにをかいたら、よいですか。同じにすることができるときは、その内容を、同じにならないときには、△を、こたえの紙に、かいてください。

【7】 「+1」がおもてにかかれた旗、そして、「×2」がかかれた旗、「+3」がかかれた旗とがそれぞれ1本ずつあります。

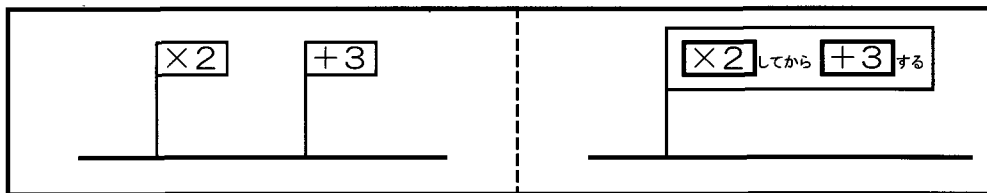
左端から右端へ10というカードをうごかして、右端では28になるようにする

という結果になるように、この3本の旗を左から右へうまくならべかえておきたいと思います。左から順にどのようにならなければよいですか。

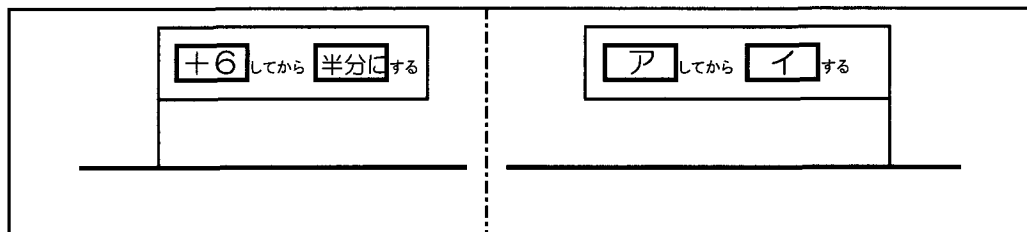
【8】 これまでは、左から右へ、カードを動かしていましたが、右から左へ動かすと、どうなるでしょう。図の左半分のように、旗が、うらに返って、カードは、その向きかわりかたをします。左から右に動かしてから、右から左に動かすと、いちばんはじめの状態(じょうたい)にもどることになります。

次の、①～③の右側は、左側の旗をうら返した状態にします。ア～ウに、なにをかいたら、うらになりますか。うらをかくことができるときは、その内容を、うらをかくことができないときには、△を、こたえの紙に、かいてください。

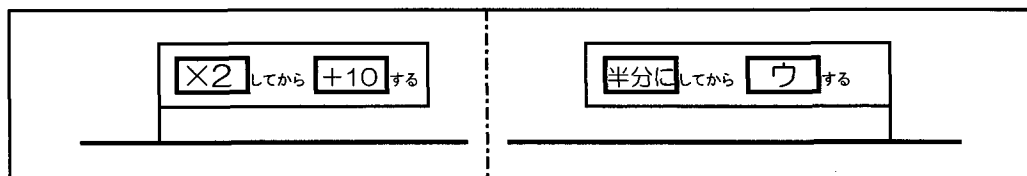
【9】 ひとつの旗に、順に2つのはたらきを、おこなうことを、かくこともできます。



左の旗を裏返しにしたら、右のようになっていました。ア と イ に、なにがかいてあったでしょうか。こたえ の紙に、かいてください。



これも、同じようなクイズです。左の旗を、裏返しにするには、ウにどう書けばよいですか。できれば、こたえだけではなく、とちゅうの考えが、わかるように、式や計算、あるいは説明を書いてください。



【2】～【9】のクイズ、ご苦勞様でした。このクイズの感想を聞かせてください。

【10】 「魔法の旗についてのクイズ」についての感想のそれぞれから、1～5のうち、いちばんちかいものに、「こたえをかく紙」のそれぞれの番号へ○をつけてください。

① このような内容は、めづらしかったですか？

- 1：全然めづらしくない。よくみるタイプ。
- 2：めづらしくない。まえにやったことありそう。
- 3：めづらしいというほどでもない。ありえそうなタイプ。
- 4：ちょっとめづらしかった。 5：めづらしい。

② やさしかったですか、むずかしかったですか。

1：すごくやさしかったです。 2：どちらかというと、やさしかったです。

3：やさしくも、むずかしくもなかった。

4：むずかしいほうだった。 5：すごくむずかしかったです。

③ 算数（や数学）と関係があると思いませんか。

1：全然関係ないと思う。 2：どちらかというと関係ないと思う。

3：関係あるとも関係ないとも思わない。

4：関係あると思う。 5：すごく関係ある。

④ つまらなかったですか、おもしろかったですか。

1：すごくつまらなかった。 2：どちらかというと、つまらなかった。

3：どちらともいえない。 4：どちらかというと、おもしろかった。

5：すごくおもしろかった。

⑤ さいごに、あなた自身について、いまの学年で勉強している算数（あるいは数学）についての感じ方をうかがいます。

1：かなり苦手。 2：どちらかというと、苦手なほう。

3：苦手とも得意とも思わない。

4：どちらかというと得意。 5：かなり得意。