

多様な投資家が形成する市場の価格安定性
— 相互作用モデルによるシミュレーション —

On the Stability of Asset Price in a Market with
Heterogeneous Investors

- A Simulation with Interaction Model -

北 かおり
Kaori Kita

(論文要旨)

相互作用モデルを用いたシミュレーションを行い、投資家の行動が株価の挙動に及ぼす影響を検証した。この結果、わずかな割合の投資家がファンダメンタル価格を認知して行動するだけで市場価格は収束すること、そのような投資家の行動が他の投資家によって参照されれば市場価格の収束はさらに速まること、一方で、投資家が価格トレンドから受ける影響が高まると、市場価格はファンダメンタル価格に収束しにくくなることがわかった。

1 研究の背景と目的

2008年のリーマンショック時、世界中の株式市場で急激な株価暴落が起こり、市場は大きな混乱をきたした。そしてこの混乱は、現在もその影響が残るほどの重大なダメージを、世界経済にもたらした。このような急激な株価の乱高下とそれによる経済的ダメージは、リーマンショックに限らない。1987年のブラックマンデー、1990年代前半の日本のバブル崩壊、2000年前後のITバブル崩壊など、株価バブルの形成と崩壊は繰り返し発生し、多くの場合、経済や社会に大きな損失をもたらした。特にバブルの崩壊が経済全体に及ぼす悪影響を考えると、株価を不安定にする要因——もしくは、安定化させる要因——を探ることは、大きな意味を持つ。

現代ファイナンスを構成する主要な理論は、合理的な市場参加者による効率的市場の実現という大前提の下、大きな成果を挙げてきた。その一方で、上述のような急激な市場価格の変動、すなわち価格の安定化・不安定化をもたらす要因については十分に説明してきたとはいえない。

効率的市場仮説に代わって、市場の実態を説明する試みとして、行動ファイナンスが近年注目を浴びている。行動ファイナンスでは、限定的合理性を持つ市場参加者の存在を想定する。効率的市場仮説とは異なるこの前提は、従来にない新たな知見を引き出せるものとして期待されている。しかし、認知心理学に基づくその分析手法は定性的なものが多く、定量的な検証はいまだ限定的である。

もうひとつの試みは、よりミクロな視点から市場を記述する複雑系の方法論である。これは、市場を構成する個々の投資家の行動をモデル化し、それを組み上げることで市場全体のマクロな挙動を説明する試みで、エージェントベースモデルと呼ばれる。このアプローチのひとつとして、イジングスピンを用いたモデルが提案されており、価格形成のシミュレーションに用いられている。イジングモデルは、複雑系研究でしばしば用いられる相互作用型のモデルである。行動ファイナンスが十分に提供できていない、定量的な検証を行うものとして期待されている。

本論の目的は、投資家行動の観点からのシミュレーションを行って、多様な投資家の存在やその意思決定行動が市場価格にもたらす影響について考察することにある。本論では特に、異なる行動基準を持つ投資家の存在と投資家が他の投資家の行動から受ける影響（相互作用）に注目する。実際の市場では、多くの投資家は、公開された市場情報だけでなく、アナリストや影響力のある他の投資家の行動からも影響を受けつつ意思決定すると考えられるためである。

本論の構成は、次のとおりである。第 2 章で先行研究を紹介し、本論で考える仮説について説明する。第 3 章では本論で用いるモデルについて説明する。第 4 章ではシミュレーションの内容とその結果について述べる。第 5 章で改めて結果を考察し、あわせて今後に向けた課題をあげる。

2 先行研究と仮説

イジングモデルは当初、強磁性体の性質を説明するために導入された物理学上のモデルである。このモデルは、観察対象となる要素について 2 種類の状態(up spin, down spin)だけを想定している。モデルがきわめて単純なものであることから様々な現象に適用しやすく、今日では経済、社会、生態系など複雑なシステムが持つ定性的な性質を抽出するために頻繁に利用されている。このモデルの重要な特徴は、各構成要素が取る状態は要素間の相互作用の結果として決まる点にある。投資市場をこの文脈で捉えると、市場の各投資家は、他の投資家の行動から影響を受けて、自身の投資行動を決定することになる。以下に、このモデルを適用して、市場の価格形成を考察したいいくつかの研究を取り上げる。

Sznajd-Weron and Weron (2002)は、実際の市場価格の統計的挙動をよく再現するモデルを提示した。そのモデルは、市場の超過需要を認知する冷静な投資家「ファンダメンタリスト」を 1 人、隣の投資家の売買行動を見て意思決定する「トレンドフォロワー」を 999 人、一列のリング状に配置するというシンプルなものである。このモデルの場合、トレンドフォ

ロワーのみで構成される市場は、売るか買いのいずれかに収束してしまうが、ファンダメンタリストが市場に揺らぎを与え続けることで価格変動が維持されることになる。このモデルは、リターン確率分布のファットテイル、ボラティリティ・クラスタリングの発生など、現実の価格変動が持つ基本的な性格をよく再現している。

橋本・小倉・陳 他 (2006)は、上の Sznajd-Weron らの研究をさらに進め、投資家の依存関係により複雑なネットワークの構造を取り込んだ。彼らは、多くの投資家が特定の一人の投資家から影響を受けるような Barabási-Albert 型ネットワーク構造において、ファンダメンタリストがハブになると、ボラティリティ・クラスタリングが急速に収束すること、ファンダメンタリストと異なる意思決定をするトレンドフォロワー集団が継続的に存在することなどを示した。

Kaizoji, Bornholdt and Fujiwara(2002)は、以下の3つのローカル情報、(1) 2種類の投資家（ファンダメンタル価格を認知するファンダメンタリストと、ファンダメンタル価格を認知せず他の投資家行動から影響を受けるトレンドフォロワー）、(2) 売買マッチングのしくみ、(3) 他の投資家の行動、に加えて、市場全体の超過需要というグローバル情報からも影響を受けるモデルを構築した。彼らはこのモデルにおいて収益率と取引量に正の相関があること、市場価格の形成にはファンダメンタル価格および取引量に関連していることなどを示した。

Takahashi and Terano(2003)は、投資家の意思決定過程に、行動ファイナンスの成果を取り入れたモデルを用いた。人間はランダムな系列に対してトレンドを見出す傾向があるとの報告に基づき、トレンドフォロワーの行動様式を、直近の株価トレンドを外挿して株価予測するよう定義している。この報告では、超過収益を獲得できる投資行動は、投資家比率など投資環境により異なることが示唆されている。また、トレンドフォロワーが市場の投資家の70%以下の時は、市場価格はほぼファンダメンタル価格と一致し、市場が効率であることも示されている。

上述の先行研究から以下のことが示唆される。まず、市場価格が発散せずに有限の幅を持って変動するためには、少数のファンダメンタリストが存在するだけでよいこと。次いで、ファンダメンタリストが他の多くのトレンドフォロワーから参照されると、価格の変動は抑制されること。さらに、トレンドフォロワーがファンダメンタリストから影響を受けることなく、価格トレンドのみから影響を受ける場合でも、ファンダメンタリストが市場に3割程度以上存在すれば市場価格はほぼファンダメンタル価格と一致すること、以上の3点である。

モデル化の方法に関する共通点は、行動様式の異なる2種類の投資家を想定すること、および、ファンダメンタリストはファンダメンタル価格に基づいて自律的に意思決定を行うことの2点である。他方、トレンドフォロワーの行動は研究によって設定が異なるが、その影響要因はローカル情報（自身が参照する他の投資家の行動）と、グローバル情報（市場の価格情報）の二つに分けられる。Sznajd-Weron and Weron(2002)および橋本・小倉・

陳 他(2006)のモデルではローカル情報のみを, Takahashi and Terano (2003)はグローバル情報のみを考慮している. Kaizoji, Bornholdt and Fujiwara(2002)は, ローカル情報, グローバル情報の両方をトレンドフォロワーの行動に影響する要因としている.

以上を踏まえて, 本論では以下のモデルを作り, シミュレーションを行うものとする. すなわち, 市場の投資家は, ファンダメンタリストとトレンドフォロワーの 2 種類に大別する. トレンドフォロワーの行動に影響を与える要因は, 他の投資家の行動と, 市場価格のトレンド情報の 2 種類を想定する. 全てのトレンドフォロワーは, 市場価格情報から影響を受け, さらに一部のトレンドフォロワーは, ファンダメンタリストもしくは他のトレンドフォロワーの行動からも影響をうける.

このモデルで期待する特徴として, 次の 2 点がある. 第一に, ファンダメンタリストの存在, および投資家の相互作用(トレンドフォロワーがファンダメンタリストの行動を参照すること)は, ネガティブフィードバックとして作用し, 市場価格は収束系, すなわち安定させる方向に向かうということ. 第二に, トレンドフォロワーが市場価格を参照することはポジティブフィードバックとして作用し, 市場価格は発散系に向かい不安定になるということである.

これを受け, 本論では以下の 3 つの仮説を考える.

- 仮説 1) ファンダメンタリストが市場に存在すれば, 価格は収束系に向かい, ファンダメンタル価格に近づく.
- 仮説 2) トレンドフォロワーがファンダメンタリストの行動を参照すれば, 価格はさらに安定する.
- 仮説 3) トレンドフォロワーが価格情報から受ける影響が強まると, 価格は発散系に向かい, 不安定になる.

3 モデル

6.1 市場におけるプレイヤーと証券取引

この市場には 1 種類の銘柄のみが存在する. また市場には, 一人のマーケットメーカー, および, 投資行動が異なる 4 種類の投資家群がいる. マーケットメーカー(MM)は, 市場の需給に応じて証券の差し値注文を行い, 常にビッドおよびアスクを市場に提示する. 一方, マーケットメーカー以外の 4 種類の投資家群は, ファンダメンタリスト(FM), トレンドフォロワー1 (TF1), トレンドフォロワー2 (TF2), および, トレンドフォロワー3 (TF3)である. これら 4 種類の投資家群は, 成り行き注文のみを行うプライステイカーである. したがって, 彼らはマーケットメーカーだけを相手に取引を行うこととなり, ファンダメンタリストおよびトレンドフォロワー同士で取引を行うことはない. また, 図 3-1 に, マーケットメーカーと 4 種類の投資家間の取引関係を示す.

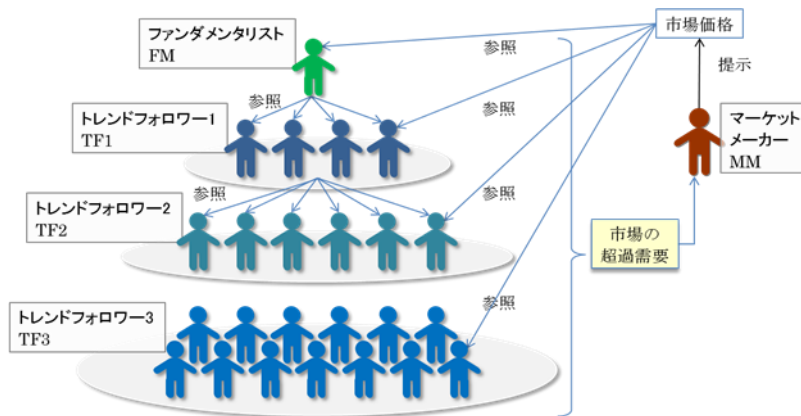
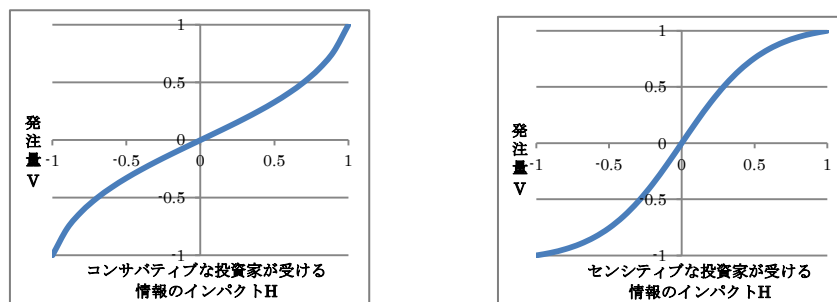


図 3-1：市場における各プレイヤーの参照関係

6.2 投資家が受ける情報インパクトと行動

投資家は、投資判断に有効な情報を収集し、それに基づいて意思決定を行う。投資家が参照する情報は、マーケットメーカーが提示する差し値価格や、他の投資家たちの売買動向である。

t 時点で投資家が参照する情報から受けるインパクトを投資選好ハミルトニアン $H(t)$ で表し、彼が成行き注文として発注する発注量を $V(t)$ とする。投資家は受け取った情報のインパクトに対し、非線形に反応するものとする。投資家が、受け取る情報に対してコンサバティブな場合、小さな情報にはあまり反応せず、より大きな情報に対してのみ大きく反応することが考えられる。一方で、センシティブな投資家は、わずかな情報に対しても敏感に反応するだろう。両者の違いを、図 3-2 に示す。

図 3-2：投資家が受ける情報のインパクト H と発注量 V の関係

これらの投資家が受けた情報インパクトに対する反応は、以下の 2 式で表せる。

コンサバティブな投資家の行動： (3.1)

$$V(t) = \operatorname{atanh}(\alpha \cdot H(t)) / \operatorname{atanh}(\alpha)$$

センシティブな投資家の行動： (3.2)

$$V(t) = \tanh(\beta \cdot H(t)) / \tanh(\beta)$$

ここで、 α , β は曲率を決めるパラメータである．それぞれの定義域は $0 < \alpha \leq 1$, $0 < \beta \leq 1$ である．

この2式では、情報インパクトが -1 のとき投資家の発注量 $V(t)$ が -1 （ショートポジション）に、情報インパクトが 1 のとき発注量 $V(t)$ が 1 （ロングポジション）になるよう、 $\operatorname{atanh}(\alpha)$ および $\tanh(\beta)$ でそれぞれ正規化している．ここで、 $\tanh(x)$ は双曲線逆正接(hyperbolic tangent)を、 $\operatorname{atanh}(x)$ は逆双曲線正接(hyperbolic tangent の逆関数, arc hyperbolic tangent)を表す．

6.3 ファンダメンタリスト(Fundamentalist: FM)の行動

ファンダメンタリスト FM は、自らが想定するファンダメンタル価格をもとに投資行動を決定する投資家である．FM は、市場価格がファンダメンタル価格より安ければ買い、高ければ売る． t 時点の FM の発注量 $V_{FM}(t)$ は、 $t-1$ 時点に市場価格(MM が提示する差し値) $P_{Mkt}(t-1)$ と当該銘柄のファンダメンタル価格 P_f を用いて、次式のようになるものとする．

$$V_{FM}(t) = \operatorname{atanh}\left(\frac{P_{Mkt}(t-1) - P_f}{P_f}\right) \quad (3.3)$$

6.4 トレンドフォロワーの行動

トレンドフォロワーは、ファンダメンタル価格を認知しておらず、単に市場の動向を見ながら意思決定を行う投資家である．トレンドフォロワーが参照する情報は、市場価格(MM の差し値)の動向、あるいは特定の投資家の売買行動である．どの範囲までの情報を参照するかによって、トレンドフォロワーは以下の3つのタイプに分かれる．

3.4.1 トレンドフォロワー1 (Trend Follower 1: TF1)の行動

トレンドフォロワー1 (TF1) は、ファンダメンタル価格は認知していないが、FM の売買行動および市場の価格を参照して意思決定を行う投資家である．TF1 の t 時点の発注量 $V_{TF1}(t)$ は、 $t-1$ 時点での FM の発注量 $V_{FM}(t-1)$ 、および t 時点と $t-1$ 時点の市場価格の差 $P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)$ を参照して、以下のステップを経て決定する．

(1) t 時点で TF1 が受ける情報のインパクト: $H_{TF1}(t)$

t 時点に TF1 が受ける情報のインパクトはふたつの部分で構成する．すなわち、 $t-1$ 時点の FM の発注量 $V_{FM}(t)$ 、および t 時点と $t-1$ 時点の市場価格の差 $P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)$ に、それぞれ係数 h_{FM} , h_{ext} で重みづけしたものとする．

$$H_{TF1}(t) = h_{FM} \cdot V_{FM}(t-1) + h_{ext} \cdot \{P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)\} \quad (3.4)$$

(2) t 時点の TF1 の発注量: $V_{TF1}(t)$

TF1 がコンサバティブな投資家である場合、 t 時点で TF1 が受ける情報インパクト $H_{TF1}(t)$

に対し、発注量 $V_{TF1}(t)$ を次式のように決定するものとする。

$$V_{TF1}(t) = \frac{\operatorname{atanh}(\alpha_1 \cdot H_{TF1}(t))}{\operatorname{atanh}(\alpha_1)} \quad (3.5)$$

同様に TF1 がセンシティブな投資家である場合、 t 時点の発注量 $V_{TF1}(t)$ を次式のように決定するものとする。

$$V_{TF1}(t) = \frac{\tanh(\beta_1 \cdot H_{TF1}(t))}{\tanh(\beta_1)} \quad (3.6)$$

式(3.5), (3.6)では、市場全体の超過需要が -1 のとき TF1 の発注量 $V_{TF1}(t) = -1$ （ショートポジション）に、超過需要が 1 のとき発注量 $V_{TF1}(t) = 1$ （ロングポジション）になるよう、それぞれ正規化している。以降の TF2, TF3 についても同様の正規化を行っている。

3.4.2 トレンドフォロワー2 (Trend Follower 2: TF2) の行動

トレンドフォロワー2 (TF2) は、ファンダメンタル価格は認知しておらず、また、FM 以外の特定の投資家の動向を参照する投資家である。ここでは、TF1 の行動を参照するものとする。TF2 の t 時点の発注量 $V_{TF2}(t)$ は、 $t-1$ 時点での TF1 の発注量 $V_{TF1}(t-1)$ および、 t 時点と $t-1$ 時点の市場価格の差 $P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)$ を参照して、以下のステップを経て決定する。

(1) t 時点で TF2 が受ける情報のインパクト: $H_{TF2}(t)$

t 時点で TF2 が受ける情報のインパクトは、TF1 の場合と同要にふたつの部分で構成する。すなわち、 $t-1$ 時点の TF1 の発注量 $V_{TF1}(t-1)$ 、および t 時点と $t-1$ 時点の市場価格の差 $P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)$ を、係数 h_{TF1} , h_{ext} で重みづけしたものである。

$$H_{TF2}(t) = h_{TF1} \cdot V_{TF1}(t-1) + h_{ext} \cdot \{P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)\} \quad (3.7)$$

(2) t 時点の TF2 の需要: $V_{TF2}(t)$

TF2 がコンサバティブな投資家である場合、 t 時点で TF2 が受ける情報インパクト $H_{TF2}(t)$ に対し、発注量 $V_{TF2}(t)$ を次式のように決定するものとする。

$$V_{TF2}(t) = \frac{\operatorname{atanh}(\alpha_2 \cdot H_{TF2}(t))}{\operatorname{atanh}(\alpha_2)} \quad (3.8)$$

同様に、TF2 がセンシティブな投資家である場合、 t 時点の発注量 $V_{TF2}(t)$ を次式のように決定するものとする。

$$V_{TF2}(t) = \frac{\tanh(\beta_2 \cdot H_{TF2}(t))}{\tanh(\beta_2)} \quad (3.9)$$

3.4.3 トレンドフォロワー3 (Trend Follower 3: TF3) の行動

トレンドフォロワー3 (TF3) は、ファンダメンタル価格を認知しておらず、市場動向のみを参照して意思決定する投資家である。TF3 の t 時点の発注量 $V_{TF3}(t)$ は、 t 時点と $t-1$ 時点

の市場価格の差 $P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)$ に基づき、以下のステップを経て決定する。

(1) t 時点で TF3 が受ける情報のインパクト: $H_{TF3}(t)$

t 時点で TF3 が受ける情報のインパクトは、 t 時点と $t-1$ 時点の市場価格の差 $P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)$ に係数 h_{ext} を掛けたものとする。

$$H_{TF3}(t) = h_{ext} \cdot \{P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)\} \quad (3.10)$$

(2) t 時点の TF3 の需要: $V_{TF3}(t)$

TF3 がコンサバティブな投資家である場合、 t 時点で TF3 が受ける情報インパクト $H_{TF3}(t)$ に対し、発注量 $V_{TF3}(t)$ を次式のように決定するものとする。

$$V_{TF3}(t) = \frac{atanh(\alpha_3 \cdot H_{TF3}(t-1))}{atanh(\alpha_3)} \quad (3.11)$$

同様に、TF3 がセンシティブな投資家である場合、 t 時点の発注量 $V_{TF3}(t)$ を次式のように決定するものとする。

$$V_{TF3}(t) = \frac{tanh(\beta_3 H_{TF3}(t-1))}{tanh(\beta_3)} \quad (3.12)$$

6.5 マーケットメーカー(MM)の行動

MM は、この市場で唯一、差し値注文を行うことができるプレイヤーである。MM は市場での超過需要を見て、次の差し値価格を調整する。超過需要がプラスであれば買いが強いと判断して価格を上昇させ、マイナスであれば売りが強いと判断して価格を下落させる。ここで超過需要とは、市場の投資家の売買需要の総和を取り、 -1 から $+1$ の範囲に基準化したものである。市場の超過需要が $+1$ とは、市場の全投資家が最大量の買い注文を出している状態を表し、超過需要 -1 は、全投資家が最大量の売り注文を出している状態を表す。 t 時点で MM が市場に示す差し値 $P_{Mkt}(t)$ は、 $t-1$ 時点の超過需要 $X(t-1)$ (ただし $-1 < X(t) < 1$) に重み W_p をかけたものを、 $t-1$ 時点の市場価格 $P_{Mkt}(t-1)$ から上下させる。このとき売り差し値 (アスク) と買い差し値 (ビッド) は同一とし、ビッド・アスク・スプレッドはないものとする。

MM の超過需要に対する反応として、コンサバティブな場合とセンシティブな場合の 2 つを考える。MM がコンサバティブであるとした場合、 t 時点で MM が市場に示す差し値 $P_{Mkt}(t)$ は次の式で表される。

$$P_{Mkt}(t) = P_{Mkt}(t-1) + W_p \cdot atanh(X(t)) \quad (3.13)$$

一方、MM がセンシティブであるとした場合の差し値 $P_{Mkt}(t)$ は次の式で表される。

$$P_{Mkt}(t) = P_{Mkt}(t-1) + W_p \cdot tanh(X(t)) \quad (3.14)$$

超過需要 $X(t)$ は、4 種類の投資家による成り行き注文のうち、買い注文の割合として定義する。ここで、FM, TF1, TF2, TF3 に属する投資家の数を n_{FM} , n_{TF1} , n_{TF2} , n_{TF3} , 彼らの成り行き注文量を $V_{FM}(t)$, $V_{TF1}(t)$, $V_{TF2}(t)$, $V_{TF3}(t)$ (ただし $-1 \leq V(t) \leq 1$) とすると、

$X(t)$ は以下の式で表せる．なお， $V(t)$ が正のときは買いを，負のときは売りを意味する．

$$X(t) = \frac{n_{FM} \cdot V_{FM}(t) + n_{TF1} \cdot V_{TF1}(t) + n_{TF2} \cdot V_{TF2}(t) + n_{TF3} \cdot V_{TF3}(t)}{n_{FM} + n_{TF1} + n_{TF2} + n_{TF3}} \quad (3.15)$$

以降の議論では簡略化のため，投資家の数ではなく各投資家の数が市場に占める割合（存在割合）を用いる．

FM, TF1, TF2, TF3 の存在割合を R_{FM} , R_{TF1} , R_{TF2} , R_{TF3} （ただし $R_{FM} + R_{TF1} + R_{TF2} + R_{TF3} = 1$ ）とすると，

$$R_i = \frac{n_i}{n_{FM} + n_{TF1} + n_{TF2} + n_{TF3}} \quad (i = FM, TF1, TF2, TF3) \quad (3.16)$$

である．したがって， t 時点における超過需要 $X(t)$ は

$$X(t) = R_{FM} \cdot V_{FM}(t) + R_{TF1} \cdot V_{TF1}(t) + R_{TF2} \cdot V_{TF2}(t) + R_{TF3} \cdot V_{TF3}(t) \quad (3.17)$$

となる．

以上で定義した各プレイヤーが受ける情報インパクトとその後とる行動をまとめると，以下のとおりとなる．また，これらを時系列で図示すると図 3-3 のようになる．

- i) 時点 $t-1$ の各投資家の発注量の和として，市場の超過需要 $X(t-1)$ が決まる．
- ii) MM は， $X(t-1)$ に基づき，時点 t における市場価格 $P_{Mkt}(t)$ を提示する．
- iii)-1 FM は，時点 t における情報インパクトとして $P_{Mkt}(t)$ を受け取り，時点 t の発注量 $V_{FM}(t)$ を決める．
- iii)-2 TF1 は，時点 t における情報インパクトとして，時点 $t-1$ の FM の行動（発注量） $V_{FM}(t-1)$ および $P_{Mkt}(t)$ を受け取り，時点 t の発注量 $V_{TF1}(t)$ を決める．
- iii)-3 TF2 は，時点 t における情報インパクトとして，時点 $t-1$ の TF1 の行動（発注量） $V_{TF1}(t-1)$ および $P_{Mkt}(t)$ を受け取り，時点 t の発注量 $V_{TF2}(t)$ を決める．
- iii)-4 TF3 は，時点 t における情報インパクトとして $P_{Mkt}(t)$ を受け取り，時点 t の発注量 $V_{TF3}(t)$ を決める．

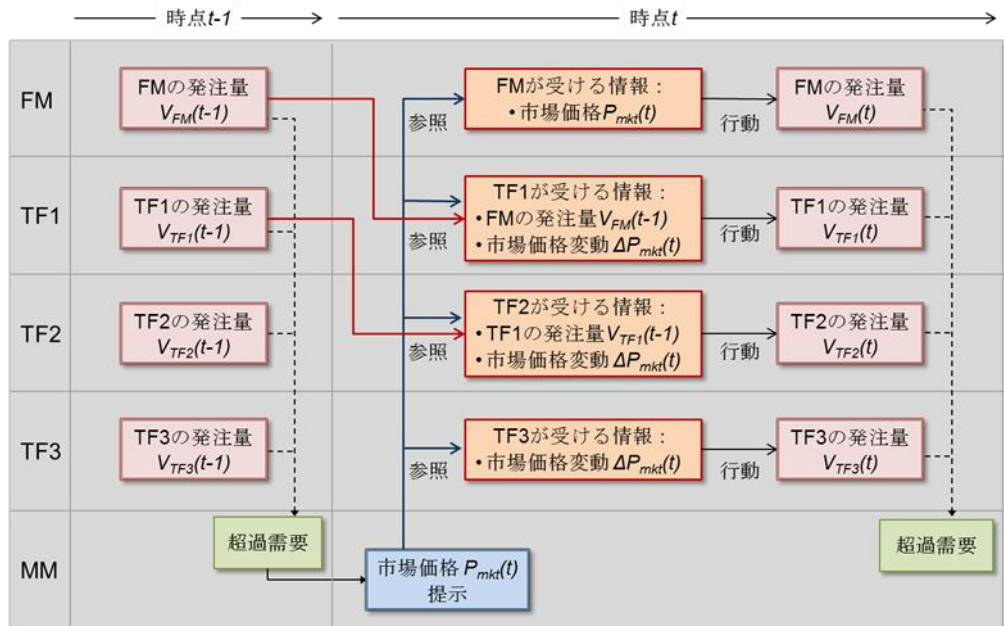


図 3-3：時間軸に沿った各プレイヤーの意思決定図

7 シミュレーション

この章では、第2章に示した3つの仮説を検証するシミュレーションを行い、その結果を検討する。

7.1 シミュレーションの方針

このモデルで期待する特徴として次の2点がある。FMの存在、および投資家間の相互作用（TF1, TF2がFMの行動を参照すること）は、ネガティブフィードバックとして作用し、市場価格は収束系、すなわち安定させる方向sに向かう。一方、TF1, TF2, TF3が市場価格を参照することは、ポジティブフィードバックとして作用し、市場価格は発散系に向かい不安定になる。

- FMの存在：FMが市場に存在するとき、市場価格がファンダメンタル価格に近づくかを検証する。FMの数が投資家全体に占める割合 r_{FM} をパラメータとして変化させ、市場価格の挙動を観察する。
- TFがFMを参照：TFがFMの行動を参照する時、価格がさらに安定するかを検証する。式(3-4), (3-7), (3-10)の係数 h_{FM} , h_{TF1} , およびTF1, TF2の存在割合 r_{TF1} , r_{TF2} をパラメータとして変化させ、市場価格の挙動を観察する。
- 市場価格動向からの影響：TFが価格情報から受ける影響が強まるとき、市場価格は発散系に向かうかを検証する。上記(a), (b)と同様の検証を、式(3.4), (3.7), (3.10)で h_{ext} の値を変えて行う。
- 情報にノイズがある場合：より実際の市場に近い状態として、TFが受ける情報インパクトにノイズが加わった場合を検証する。式(3.4), (3.7), (3.10)にノイズを載せた、

以下の式が新たな投資選好ハミルトニアンとなる.

情報にノイズがある場合の TF1, TF2, TF3 の投資選好ハミルトニアン :

$$H_{TF1}(t) = h_{FM} \cdot V_{FM}(t-1) + h_{ext} \cdot \{P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)\} + v \cdot \varepsilon(t) \quad (4.1)$$

$$H_{TF2}(t) = h_{TF1} \cdot V_{TF1}(t-1) + h_{ext} \cdot \{P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)\} + v \cdot \varepsilon(t) \quad (4.2)$$

$$H_{TF3}(t) = h_{ext} \cdot \{P_{Mkt}(t) - P_{Mkt}(t-1)\} + v \cdot \varepsilon(t) \quad (4.3)$$

ここで, v はノイズの影響度を表すパラメータであり, また, $\varepsilon(t)$ は $[-1, 1]$ の一様分布である.

7.2 パラメータ

本論のシミュレーションでは, パラメータとして以下の値を用いた.

表 7.2-1 : シミュレーションで用いたパラメータとその値

パラメータ	値
MM が市場の超過需要を価格に反映させる度合い : W_p	10
FM が想定するファンダメンタル価格 : P_f	100
投資家が受ける情報インパクトと実際に取る行動の間のゆがみを表す曲率 : $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$	0.1
TF1 が FM の行動から受ける影響の度合い : h_{FM}	$0 \leq h_{FM} \leq 1$
TF2 が TF1 の行動から受ける影響の度合い : h_{TF1}	$0 \leq h_{TF1} \leq 1$
	0.08
TF1, TF2, TF3 が市場動向から受ける影響の度合い : h_{ext}	(シミュレーション(a), (b), (d))
ノイズの重み : v	0.05

なお, シミュレーションの初期値 (時点 $t = 0$ での値) は, 下記のとおりとする.

- $P_{Mkt}(0) = 100$
- $V_{FM}(0), V_{TF1}(0), V_{TF2}(0), V_{TF3}(0), V_{TF1}(1), V_{TF2}(1), V_{TF3}(1)$ は, いずれも $[-1, 1]$ の一様乱数

また, シミュレーションごとのタイムステップは 20,000 ステップである. シチュエーションの違いにより, 68 通りのシミュレーションを行った.

7.3 シミュレーション結果

4.3.1 FM の存在による影響

FM がごくわずかでも存在すれば, 市場価格の挙動は劇的に変化し, ファンダメンタル価

格に収束することがわかった．図 4-1 に，FM が存在する場合とそうでない場合の市場価格の挙動を示す．この図は FM，TF，MM がともにコンサバティブな場合のものであるが，センシティブな場合も挙動に大きな違いはなかった．

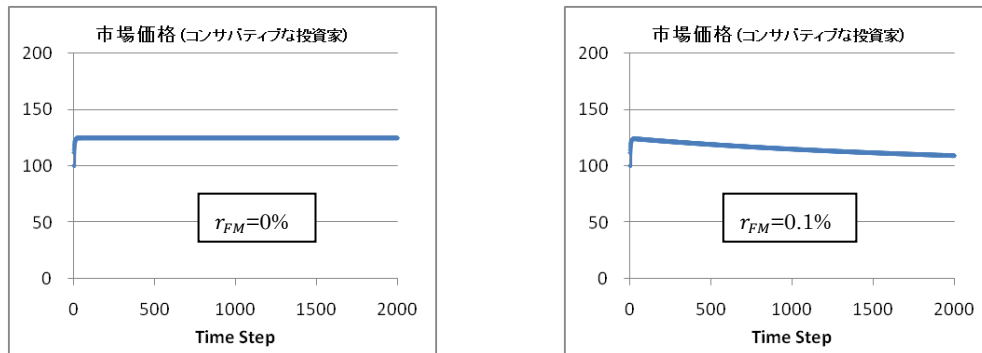


図 7-1：FM が存在しない場合，存在する場合の市場価格の挙動比較

図 7-1：FM が存在しない場合，存在する場合の市場価格の挙動比較の左図は FM が存在しない（全ての投資家が TF3）場合，右図は FM が存在割合 0.1% で存在する場合の市場価格の挙動である．FM が存在しない場合，市場価格はファンダメンタル価格とは異なる価格をつける．これはバブルの状態である．また，右図から，わずかも FM が存在すると，市場価格はファンダメンタル価格に向かって収束することがわかる．

4.3.2 TF が FM を参照することによる影響

TF が FM の行動を参照すれば，市場価格はより速くファンダメンタル価格に収束することがわかった．また TF1，TF2 の存在割合が増すことも，TF1，TF2 の参照度を高めることも，同様に価格の収束を速める効果をもたらすことがわかった．これは本論で議論している仮説 2) に相当する．図 4-2 に市場価格の挙動を示す．この図は FM，TF，MM がともにコンサバティブな場合のものであるが，センシティブな場合も市場価格の挙動に大きな違いはなかった．

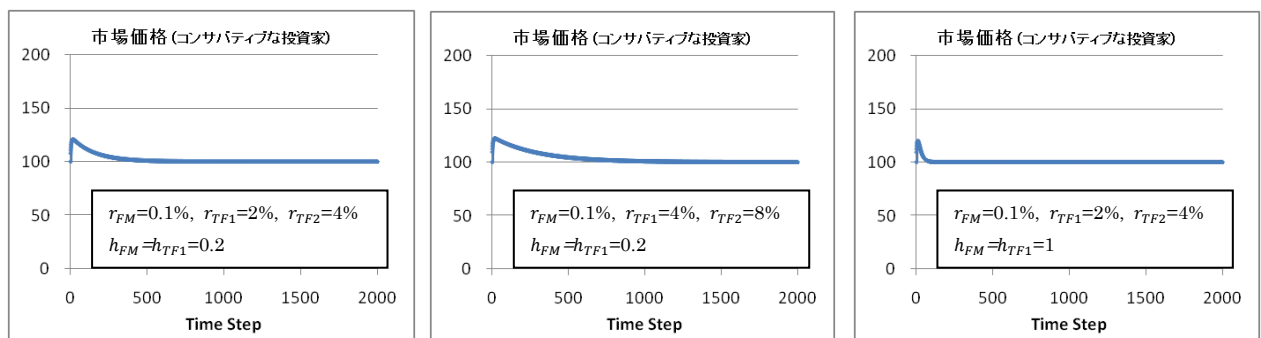


図 7-2：TF が FM を参照する場合，存在割合 R を高めた場合，参照度 H を高めた場合の市場価格収束

図 7-2 : TF が FM を参照する場合、存在割合 R を高めた場合、参照度 H を高めた場合の市場価格収束の左図は TF が FM を参照する場合、中図は TF1, TF2 の存在割合を左図よりも高めた場合、右図は参照度 h_{FM} , h_{TF1} を左図よりも高めた場合の市場価格の挙動である。TF が FM を参照することで、価格収束速度を速めることがわかる。また、TF1, TF2 の存在割合を増すか、TF が FM から受ける影響が高まる（参照度 h_{ext} を高める）と収束速度がさらに速まることがわかる。

4.3.3 市場価格の動向から受ける影響

市場価格の動向から受ける影響 h_{ext} が増加するに従い、市場価格とファンダメンタル価格の乖離が拡大し収束が困難になることが分かった。このことから、仮説 3) は成り立つと考えられる。図 4-3 に、投資家がセンシティブな場合の市場価格の挙動をシミュレーションした結果を示す。

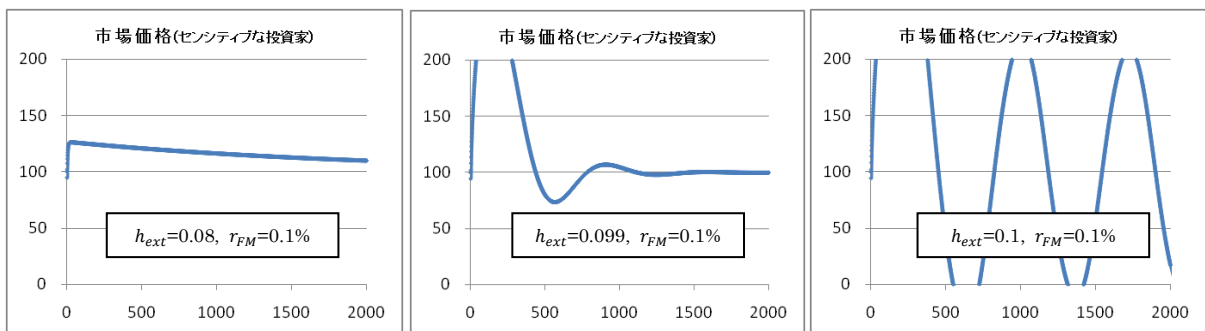


図 7-3 : 市場価格の動向から受ける影響の比較

図 4-3 の左図は市場価格の動向から受ける影響度 $h_{ext}=0.08$ 、中図は $h_{ext}=0.099$ 、右図は $h_{ext}=0.1$ の場合である。市場価格の動向から受ける影響 h_{ext} が高まるに従い、市場価格がファンダメンタル価格から乖離し、収束しづらくなっていることがわかる。

4.3.4 情報にノイズがある場合

投資家が受ける情報インパクトにノイズがある場合に観察された市場価格の挙動をあげる。このシミュレーションは、本論で検討する仮説の立証に直接関与するものではないが、より実態に近い条件での市場価格の挙動を確認するため行った。結果、情報にノイズがある場合も、ランダムウォークに近い挙動が観察された。また、FM を参照することにより価格変動の幅が狭まることが観察された。図 4-4 にこの挙動の例を示す。

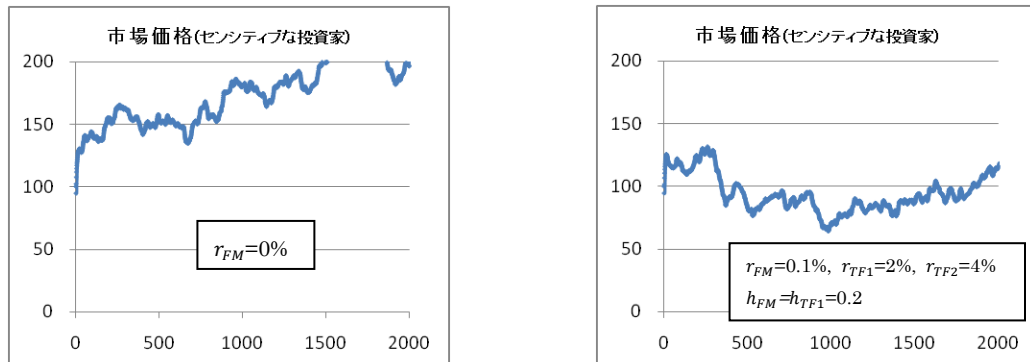


図 7-4：情報にノイズがある場合の市場価格の挙動

図 4-4 は、情報にノイズがあるときの市場価格の挙動である。左図は、市場に FM が存在しない($r_{FM}=0\%$) 場合、右図は FM が存在し TF によって参照される場合である。いずれも市場価格はランダムウォークに近い動きとなっている。情報にノイズがあっても、FM の行動が参照されれば、市場価格はファンダメンタル価格の近傍で変動することがわかる。

4.3.5 結果のまとめ

上述の結果をシミュレーションごとにまとめると、以下のとおりとなる。

- シミュレーション(a) — FM の存在による影響の検証

FM の存在により、市場価格はファンダメンタル価格に収束する。FM が参照されると、その収束速度は速まる。しかも FM の存在割合は 0.1%とわずかでも市場価格を収束させる効果がある。

- シミュレーション(b) — TF が FM を参照する度合いによる影響の検証

FM への参照度合いを高める（参照度 h_{FM} 、 h_{TF1} を高くする、ないしは TF1、TF2 の存在割合 r_{TF1} 、 r_{TF2} を高くする）ことで、収束速度はシミュレーション(a)の場合よりもさらに速まる。

- シミュレーション(c) — 市場価格の動向から受ける影響の検証

$h_{ext} < 0.1$ のケースでは、 h_{ext} が増大するに従い、FM 不在時に市場価格が収束する値は増大する。ただし、この収束値はファンダメンタル価格とは異なる。

$h_{ext} \geq 0.1$ のケースでは、センシティブなプレイヤーの場合、FM が存在しないと市場価格は急激に発散する。 h_{ext} を増大すると市場価格の発散速度が増す。FM が存在し参照されると市場価格は大きく振動し、いずれの値にも収束しない。また h_{ext} を大きくすると振動の振幅が増す。（なお、プレイヤーがコンサーバティブな場合については注 1 を参照。）

- シミュレーション(d) — 情報にノイズがある場合の検証

(b)のシミュレーションパターンでの情報にノイズを付加したケースでは、市場価格はランダムウォークに近い動きとなる。FM が存在し参照されると、市場価格

はよりファンダメンタル価格近傍で変動する傾向が見られる。

一方、(c)のシミュレーションパターンでの情報にノイズを付加したケースでは、 $h_{ext} \geq 0.1$ のとき、市場価格は発散せず、激しい価格変動が観察される。(なお、プレイヤーがコンサバティブな場合については注2を参照。)

以上の結果から、第2章で示した3つの仮説はすべて成り立つことが分かった。すなわち、

- FM が市場に存在すれば、その存在割合が 0.1%程度のわずかなものであっても、市場価格はファンダメンタル価格に近づく。
- TF が FM の行動を参照すれば、市場価格はより急速にファンダメンタル価格に近づく。FM を参照する投資家の存在割合が増すこと、TF が FM の行動から受ける影響の度合いを高めることは、どちらも価格の収束度をさらに速める効果をもたらす。
- TF が価格情報から受ける影響が強まると、市場価格がファンダメンタル価格から乖離する傾向が見られる。TF が価格情報を強く参照することは、ファンダメンタル価格への収束を阻害する作用があるといえる。

8 結果の検討と今後の課題

本論では、相互作用モデルを用いたシミュレーションを行い、投資家行動が市場価格の挙動に及ぼす影響を検討した。モデルの構築においては、より現実的なシミュレーションに近づけるため、いくつかの点に留意した。すなわち、意思決定の仕方が異なる二つのタイプの投資家(ファンダメンタリストおよびトレンドフォロワー)の存在を想定し彼らの情報に対する反応度合いを非線形にしたこと、トレンドフォロワーはグローバル情報とローカル情報の双方から影響を受けるとしたこと、トレンドフォロワーの情報参照関係を、先行研究の抽象的な格子構造ではなく実際の市場に近いと想定されるピラミッド型構造としたこと、である。

このモデルによるシミュレーションの結果、第2章で示した3つの仮説はいずれも成り立ち、1) 市場の投資家のわずか 0.1%程度が FM としてふるまうことで市場価格はファンダメンタル価格に近づくこと、2) その FM の行動を参照する TF の存在割合が増すか、TF が FM の行動から受ける影響の度合いが高まれば、市場価格がファンダメンタル価格に収束する速度は、TF が FM の行動を参照しない場合よりもさらに速まること、3) 一方で TF が価格情報から受ける影響が高まると、市場価格はファンダメンタル価格に収束しにくくなること、以上の3点がわかった。

このことから、本モデルで想定した環境下では、以下のことが考えられる。ある銘柄の市場価格がファンダメンタル価格に近づくためには、ファンダメンタル価格を認知し市場価格に影響されずに投資行動を行うファンダメンタリストの存在が不可欠である。同時に、このファンダメンタリストは投資家の中で大きな割合を占める必要はなく、市場の投資家のうち 0.1%程度がファンダメンタリストとして行動すれば、市場価格を適正価格に近づけ

る働きがある。市場価格がファンダメンタル価格に近づくスピードを速めるためには、トレンドフォロワーのうちのいくらかが、市場価格だけでなくファンダメンタリストの投資行動も参考にして意思決定を行うようにすればよい。ここでも、すべてのトレンドフォロワーがファンダメンタリストの行動を参考にする必要はなく、市場参加者のうち数%の投資家がファンダメンタリストの行動を参照して行動すればよい。

市場価格の安定のためには、必ずしもすべての市場参加者がファンダメンタル価格を知る必要はなく、少数の合理的な投資家が存在し、他の投資家たちの内いくらかがその行動を参照すればよいとの示唆を得た。これを敷衍すれば、例えば、一部の影響力のある投資家（全てでなくてよい）が適切に行動し、その行動が残る市場参加者の一部に適切に伝達されれば、株価を安定化する効果があると考えられるだろう。一方で、投資家が市場価格の動向に強く影響を受ける状況では、たとえ市場に合理的な投資家が存在していても、株価は大きく変動し、ファンダメンタル価格から乖離しやすくなると考えられる。

今後の課題として、本論のシミュレーションが実際の市場でどの程度のタイムスケールに相当するかを検証することが挙げられる。これは、シミュレーション結果を実証データと比較対照することにより、ある程度の示唆が得られると考えられる。

(参考文献)

- 高橋大志 (2003), 「エージェントベースアプローチの金融市場への応用」 『証券アナリストジャーナル』 41(2), 58-69.
- 高橋大志 (2004), 「行動ファイナンスとエージェントモデル」 『オペレーションズ・リサーチ：経営の科学』 49(3), 148-153.
- 高安秀樹 (2004), 『経済物理学の発見』 光文社.
- 橋本康弘, 小倉政則, 陳昱, 大橋弘忠 (2006), 「ネットワーク化した Sznajd モデルにおける価格形成シミュレーション」 『情報処理学会論文誌』 47(3), 821-828.
- 山田健太, 高安美佐子, 高安秀樹 (2010), 「金融市場に対する物理学的手法の適用とその結果」 『オペレーションズ・リサーチ：経営の科学』 55(9), 566-570.
- Albert, R., and A.-L. Barabási (2002), "Statistical mechanics of complex networks," *Reviews of modern physics* 74, 47-97.
- Ariely, D (2008), *Predictably Irrational - The Hidden Forces That Shape Our Decision*, HarperCollins.
- Callen, E., and D. Shapero (1974), "A theory of social imitation", *Physics Today* 27(7), 23-28.
- Kaizoji, T., S. Bornholdt and Y. Fujiwara (2002), "Dynamics of Price and trading volume in a spin model of stock markets with heterogeneous agents," *Physica A* 316, 441-452.
- Kobe, S. (1997), "Ernst Ising—Physicist and Teacher," *Journal of Statistical Physics* 88(3-4), 991-995.

- Krawiecki, A. (2009), "Microscopic spin model for the stock market with attractor bubbling on scale-free networks," *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 4:313-220.
- Sznajd-Weron, K., and R. Weron (2002), "A simple model of price formation," *International Journal of Modern Physics* 13(1), 115-123.
- Takahashi, H., and T. Terano (2003), "Agent-Based Approach to Investors' Behavior and Asset Price Fluctuation in Financial Markets," *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 6(3).
- Vaga, T. (1994) *Profiting from Chaos*. New York: McGraw-Hill.
- Vaga, T. (1990) "The coherent market Hypothesis," *Financial Analysts Journal* 46(6), 36-49.

(注)

1. コンサバティブなプレイヤーの場合は, $\tanh(x)$ 関数に起因する数値エラーのため検証不可であった. 今後, 特にモデル改良を必要とする点である.
2. 注1と同じく, コンサバティブなプレイヤーの場合は, $\tanh(x)$ 関数に起因する数値エラーのため検証不可であった. 今後, 特にモデル改良を必要とする点である.